

Компонент ОПОП      09.03.02 «Информационные системы и технологии»,  
Направленность(профиль) «Информационные системы и  
технологии искусственного  
интеллекта»  
наименование ОПОП

Б1.О.15

шифр дисциплины

### ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Дисциплины  
(модуля)

Дискретная математика

Разработчик (и):  
Богомолов Р.А.  
ФИО  
доцент  
должность

к. ф.-м. н., доцент  
ученая степень,  
звание

Утверждено на заседании кафедры  
Высшей математики и физики

наименование кафедры

протокол № 6 от 22.03.2024

Заведующий кафедрой ВМиФ

  
подпись

Левитес В.В.  
ФИО

Мурманск  
2024

## 1. Критерии и средства оценивания компетенций и индикаторов их достижения, формируемых дисциплиной (модулем)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора(ов) достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)			Оценочные средства текущего контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации
		<i>Знать</i>	<i>Уметь</i>	<i>Владеть</i>		
<b>ОПК-1</b>  Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИД-1 <sub>опк-1</sub>  Применяет знания основ математики, физики, вычислительной техники и программирования  ИД-2 <sub>опк-1</sub>  Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования  ИД-3 <sub>опк-1</sub>  Знает и применяет методы теоретического и экспериментального	<ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия теории множеств;</li> <li>- основные положения теории графов;</li> <li>- элементы теории булевых функций;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- основы общей алгебры;</li> <li>- основы комбинаторики</li> <li>- применять математические методы в задачах информатики;</li> </ul>	использовать новейшие методы исследования в области специализации - навыками математического подхода к решению задач в профессиональной области.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- тестовые задания;</li> <li>- типовые задания по вариантам для выполнения расчетно-графической работы</li> <li>- комплект заданий для выполнения практических работ;</li> </ul>	Экзаменационные билеты Результаты текущего контроля

	исследования объектов профессиональной деятельности					
--	--	--	--	--	--	--

## 2. Оценка уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)

Показатели оценивания компетенций (индикаторов их достижения)	Шкала и критерии <sup>1</sup> оценки уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)			
	Ниже порогового («неудовлетворительно»)	Пороговый («удовлетворительно»)	Продвинутый («хорошо»)	Высокий («отлично»)
<b>Полнота знаний</b>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущены не грубые ошибки.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки. Допущены некоторые погрешности.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки.
<b>Наличие умений</b>	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Выполнены типовые задания с не грубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объёме (отсутствуют пояснения, неполные выводы)	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные задания с некоторыми погрешностями. Выполнены все задания в полном объёме, но некоторые с недочётами.	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Задания выполнены в полном объёме без недочётов.
<b>Наличие навыков (владение опытом)</b>	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для выполнения стандартных заданий с некоторыми недочётами.	Продемонстрированы базовые навыки при выполнении стандартных заданий с некоторыми недочётами.	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
<b>Характеристика сформированности компетенции</b>	Компетенции фактически не сформированы. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач.  ИЛИ Зачетное количество баллов не набрано согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач.  ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков достаточно для решения стандартных профессиональных задач.  ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для решения сложных, в том числе нестандартных, профессиональных задач.  ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону

### 3. Критерии и шкала оценивания заданий текущего контроля

#### 3.1 Критерии и шкала оценивания практических работ

Перечень практических работ, описание порядка выполнения и защиты работы, требования к результатам работы, структуре и содержанию отчета и т.п. представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

Оценка/баллы	Критерии оценивания
<i>Отлично</i>	Задание выполнено полностью и правильно. Отчет по лабораторной/практической работе подготовлен качественно в соответствии с требованиями. Полнота ответов на вопросы преподавателя при защите работы.
<i>Хорошо</i>	Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений. Все требования, предъявляемые к работе, выполнены.
<i>Удовлетворительно</i>	Задания выполнены частично с ошибками. Демонстрирует средний уровень выполнения задания на лабораторную/практическую работу. Большинство требований, предъявляемых к заданию, выполнены.
<i>Неудовлетворительно</i>	Задание выполнено со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. ИЛИ Задание не выполнено.

#### 3.2 Критерии и шкала оценивания расчетно-графической работы

Перечень расчётно-графических работ, рекомендации по выполнению представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

В ФОС включены типовые варианты расчётно-графических работ №1 и №2.

#### **РГР №1 "Элементы теории множеств. Бинарные отношения"**

**Задача 1.** Заданы подмножества  $A, B, C$  множества арабских цифр. Найдите подмножества  $D = A \cup (B \cap C)$ ,  $E = (\overline{C \cup B}) \cap A$ . Является ли одно из множеств  $D, E$  подмножеством другого? Верно ли, что  $A, B$  и  $C$  покрывают все множество арабских цифр?

№ варианта	$A, B, C$
1	$\{1; 2; 3\}, \{1; 5; 6; 7\}, \{0; 4; 8; 9\}$
2	$\{0; 2; 7\}, \{1; 3; 5; 7\}, \{0; 2; 3; 8\}$ .
3	$\{1; 2; 7\}, \{1; 3; 5; 7\}, \{0; 2; 3; 7\}$ .
4	$\{1; 5; 8\}, \{1; 3; 5; 9\}, \{0; 2; 3; 7\}$ .

5	$\{1; 5; 8\}, \{1; 3; 6; 7\}, \{0; 3; 4; 8\}.$
6	$\{1; 2; 3; 5\}, \{1; 3; 5; 7\}, \{1; 2; 5; 8\}.$
7	$\{1; 2; 3; 5\}, \{1; 3; 5\}, \{1; 2; 5; 8\}.$
8	$\{1; 2; 3; 5\}, \{1; 3; 7\}, \{1; 2; 5; 9\}.$
9	$\{1; 2; 3; 5\}, \{3; 5; 7\}, \{1; 2; 5; 6\}.$
10	$\{1; 2; 3; 5\}, \{1; 5; 8\}, \{1; 3; 5; 8\}.$

**Задача 2.** Даны два множества  $A$  и  $B$ . Требуется найти их декартовое произведение.

Номер варианта	Формула
1	$A=(1,2,3), B=(3,4)$
2	$A=(2,3,4), B=(1,2)$
3	$A=(3,4,5), B=(2,3)$
4	$A=(4,5,6), B=(4,5)$
5	$A=(1,3,4), B=(2,4)$
6	$A=(1,2,3), B=(2,4)$
7	$A=(2,3,4), B=(3,4)$
8	$A=(1,3,5), B=(1,3)$
9	$A=(2,4,5), B=(3,4)$
10	$A=(5,6,7), B=(3,5)$

**Задача 3.** На конечном множестве  $\{1, 2, 3, 4\}$  с помощью перечисления задано бинарное отношение  $R$ . Постройте матрицу отношений. Выясните, обладает ли данное отношение свойствами рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности. Установите, является ли данное отношение отношением порядка или эквивалентности.

Номер варианта	$R$
1	$\{(1;1); (1;2); (1;3); (1;4); (2;2); (2;3); (2;4); (3;3); (3;4); (4;4)\}.$

2	$\{(1;1); (2;1); (2;3); (2;4); (3;2); (3;3); (3;4); (4;3); (4;4)\}$ .
3	$\{(1;2); (1;3); (1;4); (2;3); (2;4); (3;4)\}$ .
4	$\{(1;1); (2;1); (1;2); (2;4); (2;2); (4;2); (1;4); (4;1); (4;4)\}$ .
5	$\{(1;1); (2;1); (1;2); (2;4); (4;2); (1;4); (4;1)\}$ .
6	$\{(2;1); (1;2); (2;3); (3;2); (1;3); (3;1)\}$ .
7	$\{(1;1); (2;1); (1;2); (2;4); (2;2); (4;2); (1;4); (3;3); (4;1); (4;4)\}$ .
8	$\{(1;1); (1;2); (2;4); (2;2); (1;4); (3;3); (4;4)\}$ .
9	$\{(1;1); (2;1); (2;2); (4;2); (4;1); (4;4)\}$ .
10	$\{(1;3); (1;4); (2;2); (2;3); (2;4); (4;2); (3;4); (4;4)\}$ .

**Задача 4.** Докажите утверждение с помощью метода математической индукции для натуральных  $n$ .

Вариант 1. Докажите, что  $n! > 2^n$  при всех натуральных  $n > 3$ ,

Вариант 2. Докажите, что сумма кубов трех последовательных натуральных чисел делится на 9.

Вариант 3. Докажите, что  $2^n > 2n+1$  при всех натуральных  $n > 2$ .

Вариант 4. Докажите, что  $7^n - 1$  делится на 6 при всех натуральных  $n$ .

Вариант 5. Докажите, что  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 8 + \dots + n(3n-1) = n^2(n+1)$  при всех натуральных  $n$ .

Вариант 6. Докажите, что  $11^{n+1} + 12^{2n-1}$  делится на 133 при всех натуральных  $n$ .

Вариант 7. Докажите, что  $1+8+27+\dots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$  при всех натуральных  $n$ .

Вариант 8. Докажите, что  $9^{n+1}-8n-9$  делится на 16 при всех натуральных  $n$ .

Вариант 9. Докажите, что  $1+9+25+\dots+(2n-1)^2=\frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$  при всех натуральных  $n$ .

Вариант 10. Докажите, что  $10^n-1$  делится на 9 при всех натуральных  $n$ .

## РГР №2 "Графы"

Целью работы является получение практических навыков по исследованию графов и закрепление теоретических знаний по теме «Графы».

### Задание на выполнение работы

1. Для неориентированного графа выполнить следующие операции:

- а) построить диаграмму графа;
- б) определить является ли граф мультиграфом или псевдографом;
- в) построить матрицу инцидентности;
- г) построить матрицу смежности;
- д) определить максимальную и минимальную степени вершин;
- е) определить диаметр и радиус графа;
- ж) найти множество центральных вершин;
- з) определить число компонент связности графа;
- и) определить наличие точек сочленения и мостов в графе;
- к) определить вершинную и реберную связность графа;
- л) найти цикломатическое число;
- м) построить базисную цикломатическую матрицу;
- н) построить цикломатическую матрицу (15-20 циклов);
- о) определить толщину графа;

п) выделить планарные подграфы;

р) раскрасить вершины и ребра графа.

2. Для ориентированного графа выполнить следующие операции:

а) построить диаграмму графа;

б) построить матрицу инцидентности;

в) построить матрицу смежности;

г) определить максимальную и минимальную полу-степени вершин;

д) определить является ли граф сильно, односторонне или слабо связным;

е) найти компоненты сильной связности графа;

ж) построить конденсацию графа.

### Варианты заданий

Задан ориентированный (направленный) граф, состоящий из 10 вершин и 17...20 ребер. Для каждого варианта в табл. 1.1 приведен список функций инцидентности ребер.

Таблица 1 Варианты заданий

Вар. 1		Вар. 2		Вар. 3		Вар. 4		Вар. 5		Вар. 6	
2	3	2	8	4	8	7	9	2	3	9	3

9	1	10	6	6	5	3	7	5	4	2	8
5	7	6	8	3	10	3	8	5	6	4	6
9	7	7	5	6	1	7	1	5	8	6	10
8	10	3	2	1	6	6	5	7	4	8	8
7	6	6	8	6	3	1	4	1	2	6	3
			1								
4	5	10	0	8	9	1	2	4	5	5	5
2	2	4	9	10	4	3	9	7	5	5	2
2	7	7	8	8	7	5	9	2	1	1	10
2	8	4	5	8	1	5	5	7	7	5	4
5	4	7	2	5	4	10	10	3	8	4	1
9	1	7	7	7	5	6	2	6	3	4	8
5	5	4	4	9	5	4	9	6	3	9	9
9	8	5	2	1	6	5	8	5	8	8	3
5	8	7	6	10	7	6	5	6	8	10	3
								1			
5	10	9	9	10	2	2	7	0	10	6	10
5	9	4	7	7	9	9	10	4	5	1	2
			1								
5	4	5	0	3	8	10	7	5	10	6	10

1	
0	7
1	8

	1
6	0
6	1

9	8
6	9

6	3
1	4

4	5
5	9

9	8

Bap. 7		Bap. 8		Bap. 9		Bap. 10	
3	6	2	7	2	9	6	10
5	10	1	9	2	9	8	6
1	3	3	6	5	7	6	7
9	9	2	10	5	5	7	8
6	2	1	8	1	1	10	2
4	1	9	2	10	9	9	1
4	3	2	9	2	2	4	6
9	10	1	2	4	5	6	1
4	1	8	7	4	1	2	5
1	3	6	7	2	4	3	2
2	10	3	8	9	9	9	8
1	3	4	4	4	9	7	7
6	5	1	5	8	4	1	1
2	3	9	5	5	9	6	9
6	7	9	7	4	5	5	8
2	10	3	2	6	6	10	10
8	8	6	1	2	7	3	8
4	7	2	8	6	7	1	4

		6	6			5	4
--	--	---	---	--	--	---	---

## Решение примерного варианта РГР №2

Задан ориентированный граф  $G$ .

Вершины  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $n=10$  (табл. 1.2).

Ребра  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ ,  $m=17$  (табл. 1.3,  $v_-$  – вершина начальная,  $v_+$  – вершина конечная).

Таблица 1.2

$v_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Таблица 1.3

$e_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$v_-$	8	3	5	0	7	5	9	2	2	2	7	7	4	6	5	1	5
$v_+$	4	1	4	7	1	8	7	6	1	9	2	6	1	4	7	8	3

**Исследование неориентированного графа.**

Ребра  $e_i$  без учета направлений (табл. 1.4).

Таблица 1.4

$e_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$v_j$	4	1	4	7	1	5	7	2	1	2	2	6	1	4	5	1	3
$v$	8	3	5	1	7	8	9	6	2	9	7	7	4	6	7	8	5

k				0													
---	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

а) Диаграмма неорграфа приведена на рис. 1.1.

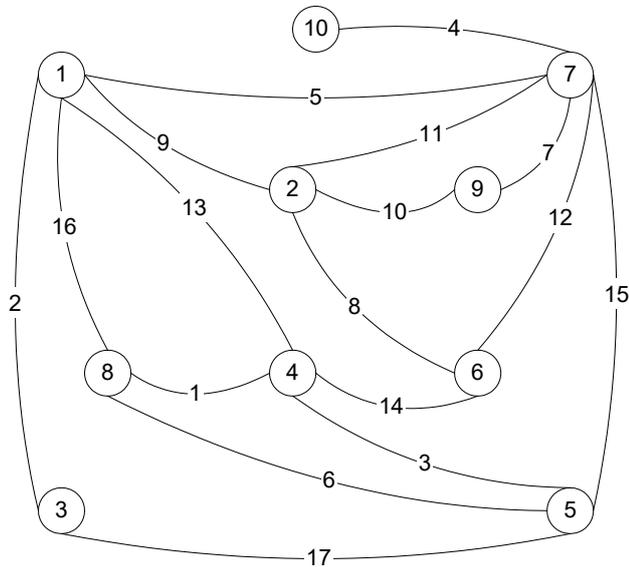


Рис. 1.1 Диаграмма неорграфа

б) Граф не является мультиграфом: нет одинаковых ребер. Граф не является псевдографом: нет ребер инцидентных только одной вершине.

в) Матрица инцидентности ребер и вершин (табл. 1.5).

г) Матрица смежности вершин (табл. 1.6).

д) Матрица степеней вершин (сумма столбцов матрицы смежности)  $s(v_i)$  (табл. 1.7).

$$\max(s(v_i))=s(v_7)=6;$$

$$\min(s(v_i))=s(v_{10})=1.$$

Таблица 1.5

										1	1	1	1	1	1	1	1	e
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	j

1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
7	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
8	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1																	
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$v_i$

Таблица 1.6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$v_j$
1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	
2	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	
3	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
4	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	
5	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	
6	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	
7	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	
8	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
9	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	

1											
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

$v_i$

Таблица 1.7

$v_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$s(v_i)$	5	4	2	4	4	3	6	3	2	1

е) Диаметр и радиус графа.

Матрица расстояний между вершинами  $d(v_i, v_j)$  (табл. 1.8). Диаметр  $D(G)=\max(d(v_i, v_j))=3$ .

Матрица эксцентриситетов  $e(v_i)=\max(d(v_i, v_j))$  при фиксированном  $i$  (табл. 1.9). Радиус  $R(G)=\min(e(v_i))=2$ .

Таблица 1.8

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$v_i$
1		1	1	1	2	2	1	1	2	2	
2	1		2	2	2	1	1	2	1	2	
3	1	2		2	1	3	2	2	3	3	
4	1	2	2		1	1	2	1	3	3	
5	2	2	1	1		2	1	1	2	2	
6	2	1	3	1	2		1	2	2	2	
7	1	1	2	2	1	1		2	1	1	
8	1	2	2	1	1	2	2		3	3	
9	2	1	3	3	2	2	1	3		2	

10	2	2	3	3	2	2	1	3	2	
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--

$v_j$

Таблица 1.9

$v_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$e(v_i)$	2	2	3	3	2	3	2	3	3	3

**ж)** Множество центральных вершин:  $\{v_1, v_2, v_5, v_7\}$ , т.к. для них выполняется равенство  $e(v_i)=R(G)$ .

**з)** Число компонент связности (число связных подграфов):  $k(G)=1$ .

**и)** Точки сочленения:  $\{v_7\}$ . Мосты:  $\{e_4\}$ . При их удалении увеличивается число компонент связности графа.

**к)** Вершинная связность графа равна 1. Реберная связность графа равна 1. Т.к. при удалении одной вершины ( $v_7$ ) или одного ребра ( $e_4$ ) увеличивается число компонент связности графа.

**л)** Цикломатическое число  $\nu(G)$  равно числу хорд любого остова (рис. 1.2) графа  $G$ , если связный граф имеет  $n$  вершин и  $m$  ребер:  $\nu(G)=m-n+1$ .

Если граф  $G$  содержит  $k$  компонент связности, то его цикломатическое число:  $\nu(G)=m-n+k$ .

Данный граф содержит одну компоненту связности,  $\nu(G)=17-10+1=8$ , т.е. в графе содержится 8 базисных циклов.

**м)** Базисная цикломатическая матрица (табл. 1.10), где  $r_1 \dots r_8$  – базисные циклы.

**н)** Фрагмент цикломатической матрицы представлен в табл. 1.11. Всего циклов  $(2^\nu - \nu - 1) = (2^8 - 8 - 1) = 247$  (комбинаций базисных циклов). Каждый цикл получен выполнением операции XOR (сложение по модулю 2) между ребрами базисных циклов.

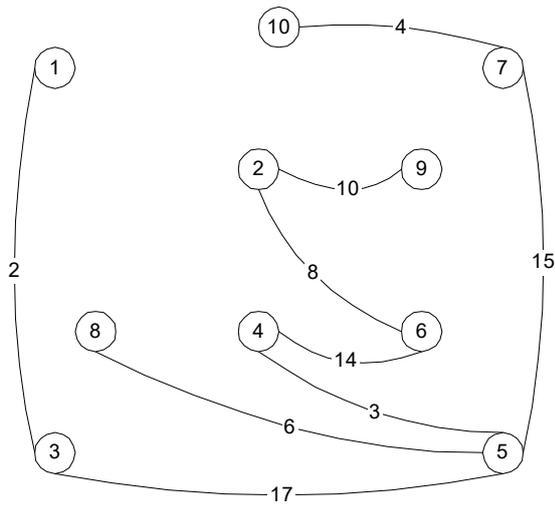


Рис. 1.2 Остов графа

Таблица 1.10

	Хорды								Остов								e i
	1	5	7	9	1	2	3	6	2	3	4	6	8	0	4	5	
r 1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
r 2	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
r 3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0
r 4	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1
r 5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
r 6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
r 7	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1

r																	
8	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1

о) Толщиной графа G называется наименьшее число планарных графов, объединение которых дает граф G. Толщина планарного графа равна 1. Оценим нижнюю границу толщины графа:

$$t(G) \geq 1 + \text{ОКРВНИЗ} \left( \frac{\sum_{i=1}^n s_i - 2}{6(n-2)} \right)$$

где  $s_i$  – степень i-й вершины; n – количество вершин; ОКРВНИЗ – операция отбрасывания дробной части.

Получим минимальную толщину данного графа:

$$t(G) \geq 1 + \text{ОКРВНИЗ}((34-2)/(6 \cdot (10-2))) = 1 + \text{ОКРВНИЗ}(2/3) = 1.$$

Таблица 1.11

	Хорды								Остов								e <sub>i</sub>
	1	5	7	9	1	1	1	1	2	3	4	6	8	1	1	1	
r <sub>1</sub>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
r <sub>2</sub>	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
r <sub>3</sub>	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0
r <sub>4</sub>	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1
r <sub>5</sub>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
r <sub>6</sub>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
r <sub>7</sub>	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
r <sub>8</sub>	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
r <sub>9</sub>	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1

$r_{10}$	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	$r_2+r_3$
$r_{11}$	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	$r_3+r_4$
$r_{12}$	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	$r_4+r_5$
$r_{13}$	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	$r_5+r_6$
$r_{14}$	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	$r_6+r_7$
$r_{15}$	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	$r_7+r_8$
$r_{16}$	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	$r_8+r_1$
$r_{17}$	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	$r_1+r_2+r_3$
$r_{18}$	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4
$r_{19}$	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	$r_3+r_4+r_5$
$r_{20}$	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	6
$r_{21}$	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	$r_5+r_6+r_7$
$r_{22}$	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	8
$r_{23}$	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$r_7+r_8+r_1$
$r_{24}$	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	2

п) Выделение планарных подграфов. В укладке нашего графа на плоскости ни одно ребро не пересекается с другим, кроме как в вершинах графа – т.е. граф имеет плоскую укладку (рис. 1.3), он планарный.

р) Раскраска вершин и ребер графа приведена на рис. 1.4. Смежные вершины и смежные ребра должны быть раскрашены разными цветами.

Хроматическое число равно 3 (число цветов вершин).

Хроматический индекс равен 6 (число цветов ребер).

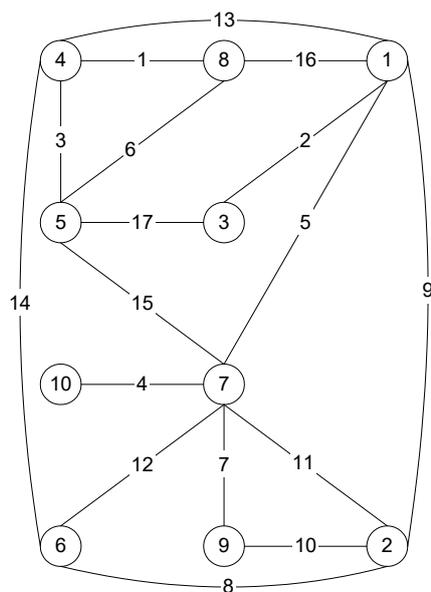


Рис. 1.3 Плоская укладка

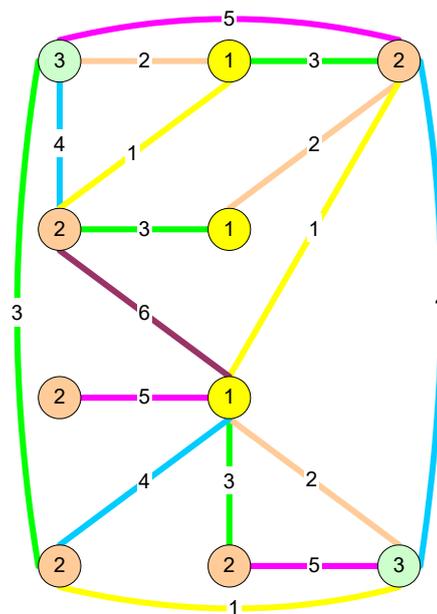


Рис. 1.4 Раскраска графа

### Исследование ориентированного графа.

Ребра  $e_i$  (с учетом направлений) (табл. 1.12).

Таблица 1.12.

$e_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	12	1	14	1	16	17
$v_-$	8	3	5	0	7	5	9	2	2	2	7	7	4	6	5	1	5
$v_+$	4	1	4	7	1	8	7	6	1	9	2	6	1	4	7	8	3

а) Диаграмма орграфа приведена на рис. 1.5.

б) Матрица инцидентности ребер и вершин (табл. 1.13).

г) Матрица смежности вершин (табл. 1.14).

д) Матрица полу степеней вершин  $s_-(v_i)$ ,  $s_+(v_i)$  (табл. 1.15).

$$\max(s_-(v_i))=s_-(v_5)=4; \quad \min(s_-(v_i))=s_-(\{v_1, v_3, v_4, v_6, v_8, v_9, v_{10}\})=1;$$

$$\max(s_+(v_i))=s_+(v_1)=4; \quad \min(s_+(v_i))=s_+(\{v_5, v_{10}\})=0.$$

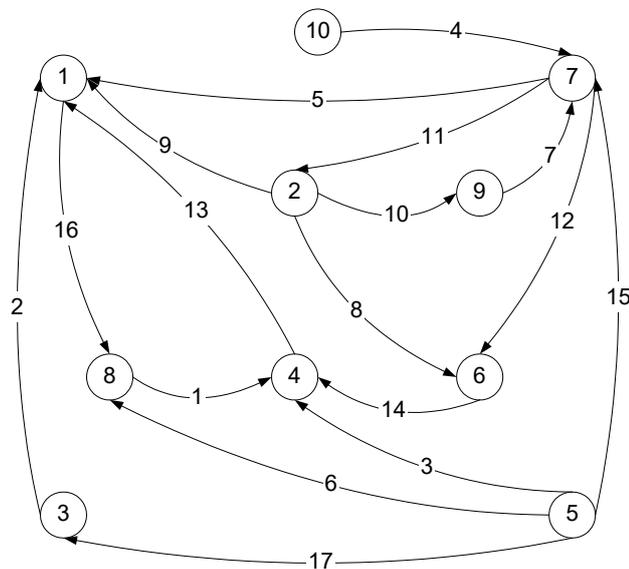


Рис. 1.5. Диаграмма орграфа

е) Граф не является сильно связным, т.к. вершина  $v_{10}$  (или  $v_5$ ) недостижима из других вершин в орграфе. Граф является слабо-связным, т.к. неорграф является связным. Граф не является односторонне связным, т.к. вершины  $v_5$  и  $v_{10}$  недостижимы друг из друга в орграфе.

Таблица 1.13

										1	1	1	1	1	1	1	1	e
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	j







9	(7,5)	(7,11)	0	0	0	(7,12)	0	0	0	0
10	(4,5)	(4,11)	0	0	0	(4,12)	0	0	0	0

з) Конденсация графа.

Компоненты сильной связности объединяются в одну вершину (рис. 1.6):

$$k_1 = \{v_1, v_4, v_8\}; \quad k_2 = \{v_2, v_7, v_9\}.$$

Таблица 1.18

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	(16,1,13)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	(10,7,5)	(10,7,1) 1)	0	(9,16,1)	0	(10,7,1) 2)	0	0	0	0
3	0	0	0	(2,16,1)	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	(13,16,1)	0	0	0	0	0	0
5	(15,11,9) ,	0	0	(15,12,1) 4)	0	(15,11, 8)	0	(17,2,16) ,	(3,13,16) ,	(15,11,1) 0)
6	0	0	0	0	0	0	0	(14,13,1 6)	0	0
7	(12,14,1 3)	0	0	(11,8,14) ,	0	0	(11,10, 7)	(11,9,16)	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	(1,13,16)	0	0
9	(7,11,9)	0	0	(7,12,14)	0	(7,11,8)	0	(7,5,16)	(7,11,10)	0

10	(4,11,9)	0	0	(4,12,14)	0	(4,11,8)	0	(4,5,16)	(4,11,10)	0

Таблица 1.19

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	(16,1,13) )	0	0	(16,1)	0	0	0	16	0	0
2	9, (10,7,5)	(10,7,1) 1)	0	(9,16,1)	0	8, (10,7,1) 2)	(10,7)	(9,16)	10	0
3	2	0	0	(2,16,1)	0	0	0	(2,16)	0	0
4	13	0	0	(13,16,1) )	0	0	0	(13,16)	0	0
5	(17,2), (3,13), (15,5), (15,11,9) ) (6,1,13)	(15,11)	1 7	3, (6,1), (15,12,1) 4)	0	(15,12) , (15,11, 8)	15	6, (17,2,16 ) (3,13,16 ) (15,5,16 )	(15,11,1 0)	0
6	(14,13)	0	0	14	0	0	0	(14,13,1 6)	0	0
7	5, (11,9), (12,14,1 3)	11	0	(12,14), (11,8,14 ) (5,16,1)	0	12, (11,8)	(11,10, 7)	(5,16), (11,9.16 )	(11,10)	0

8	(1,13)	0	0	1	0	0	0	(1,13,16)	0	0
9	(7,5), (7,11,9)	(7,11)	0	(7,12,14)	0	(7,12), (7,11,8)	7	(7,5,16)	(7,11,10)	0
10	(4,5), (4,11,9)	(4,11)	0	(4,12,14)	0	(4,12), (4,11,8)	4	(4,5,16)	(4,11,10)	0

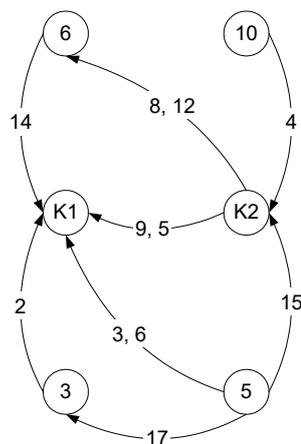


Рис. 1.6 Конденсация орграфа

Оценка/баллы	Критерии оценивания
<b>Отлично</b> 50 и более	Работа выполнена полностью, без ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием непонимания материала).
<b>Хорошо</b> 40-49	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны, допущена одна негрубая ошибка или два-три недочета, не влияющих на правильную последовательность рассуждений.
<b>Удовлетворительно</b> 30-39	В работе допущено более одной грубой ошибки или более двух-трех недочетов, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
<b>Неудовлетворительно</b> Менее 30	В работе есть грубые ошибки и недочеты ИЛИ работа не выполнена.

#### **4. Критерии и шкала оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) при проведении промежуточной аттестации**

##### **4.1. Критерии и шкала оценивания результатов освоения дисциплины (модуля) с зачетом**

Если обучающийся набрал зачетное количество баллов согласно установленному диапазону по дисциплине (модулю), то он считается аттестованным.

<b>Оценка</b>	<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценивания</b>
<i>Зачтено</i>	60 - 100	Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону
<i>Не зачтено</i>	менее 60	Зачетное количество согласно установленному диапазону баллов не набрано

##### **4.2. Критерии и шкала оценивания результатов освоения дисциплины (модуля) с экзаменом**

Для дисциплин (модулей), заканчивающихся экзаменом, результат промежуточной аттестации складывается из баллов, набранных в ходе текущего контроля и при проведении экзамена:

В ФОС включен список вопросов и заданий к экзамену и типовой вариант экзаменационного билета:

#### 4.2.1. Список теоретических вопросов для подготовки к экзамену по дисциплине

##### Второй семестр

1. Предмет и задачи комбинаторики.
2. Правила суммы и произведения.
3. Схемы выбора с возвращением.
4. Схемы выбора без возвращения.
5. Перестановки без повторений.
6. Сочетания без повторений. Треугольник Паскаля. Биномиальная формула Ньютона.
7. Размещения без повторений.
8. Перестановки с повторениями.
9. Сочетания с повторениями.
10. Размещения с повторениями.
11. Происхождение и задачи теории графов.
12. Понятие графа, подграфа. Гомоморфизмы графов. Изоморфные графы. Геометрическое представление графов.
13. Основные действия с графами: объединение, несвязная сумма, пересечение графов. Подграф, порожденный подмножествами вершин и ребер. Вычитание ребер и вершин. Дополнение подграфа в графе.
14. Основные действия с графами: прямое произведение графов. Конгруэнция на графе; факторизация графа по конгруэнции.
15. Основные действия с графами: обращение ориентации, стирание ориентации, индуцирование ориентации. Ориентированные графы, неориентированные графы.
16. Основные действия с графами: композиция (произведение) графов. Свойства композиции. Степени графа относительно композиции.
17. Простые графы. Представление простых графов бинарными отношениями. Полный простой граф. Дополнение простого графа.
18. Плоские (планарные) графы. Минимальные неплоские графы. Критерий Понтрягина – Куратовского планарности графа.
19. Задание графа матрицами смежности и инцидентности, списком ребер. Критерий изоморфности графов через их матрицы смежности.
20. Степени и полустепени вершин графа. Однородные графы.
21. Маршруты (пути), цепи и циклы в графе.
22. Отношение связности (слабой и сильной) и достижимости для вершин графа. Базисный подграф.
23. Расстояния в неориентированном графе.
24. Ранги вершин ориентированного графа.
25. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости конечного неориентированного графа.
26. Полуэйлеровы графы. Эйлерова цепь и условия ее существования.
27. Гамильтоновы графы. Полугамильтоновы графы.
28. Деревья и их свойства.
29. Формула Кэли.
30. Остовное дерево.
31. Базисный граф.

#### 4.2.2. Образец практического задания к экзаменационному билету, второй семестр.

##### Задача №1

Найти количество всевозможных расписаний на день из шести уроков по шести данным различным предметам, среди которых имеются физкультура и математика, таких, где физкультура и математика не стоят рядом.

### Задача №2

Доказать, что в конечном неориентированном дереве число вершин на единицу превышает число рёбер.

### Задача №3

Пусть  $G$  – простой неорграф без петель с  $n$  вершинами и  $k$  компонентами связности.

Доказать, что число рёбер в графе  $G$  не превосходит  $C_{n-k+1}^2$ .

Оценка	Критерии оценки ответа на экзамене
<i>Отлично</i>	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, не затрудняется с ответом при видоизменении вопроса. Владеет специальной терминологией, демонстрирует общую эрудицию в предметной области, использует при ответе ссылки на материал специализированных источников, в том числе на Интернет-ресурсы.
<i>Хорошо</i>	Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, владеет специальной терминологией на достаточном уровне; могут возникнуть затруднения при ответе на уточняющие вопросы по рассматриваемой теме; в целом демонстрирует общую эрудицию в предметной области.
<i>Удовлетворительно</i>	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, плохо владеет специальной терминологией, допускает существенные ошибки при ответе, недостаточно ориентируется в источниках специализированных знаний.
<i>Неудовлетворительно</i>	Обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеет специальной терминологией, не ориентируется в источниках специализированных знаний. Нет ответа на поставленный вопрос.

Оценка, полученная на экзамене, переводится в баллы («5» - 20 баллов, «4» - 15 баллов, «3» - 10 баллов) и суммируется с баллами, набранными в ходе текущего контроля.

Итоговая оценка по дисциплине (модулю)	Суммарные баллы по дисциплине (модулю), в том числе	Критерии оценивания
<i>Отлично</i>	91 - 100	Выполнены все контрольные точки текущего контроля на высоком уровне. Экзамен сдан
<i>Хорошо</i>	81-90	Выполнены все контрольные точки текущего контроля. Экзамен сдан
<i>Удовлетворительно</i>	70- 80	Контрольные точки выполнены в неполном объеме. Экзамен сдан
<i>Неудовлетворительно</i>	69 и менее	Контрольные точки не выполнены или не сдан экзамен

**5. Задания диагностической работы для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках внутренней и внешней независимой оценки качества образования**

ФОС содержит задания для оценивания знаний, умений и навыков, демонстрирующих уровень сформированности компетенций и индикаторов их достижения в процессе освоения дисциплины (модуля).

Комплект заданий разработан таким образом, чтобы осуществить процедуру оценки каждой компетенции, формируемых дисциплиной (модулем), у обучающегося в письменной форме.

Содержание комплекта заданий включает: *тестовые задания*.

**Комплект заданий диагностической работы**

**ОПК-1.**

**Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности**

Задание 1. Сколько элементов содержит множество простых чисел, не превосходящих 10?

- а) 0;
- б) 10;
- в) 5;
- г) **4.**

Задание 2. Операция теоретико-множественной разности:

- а) коммутативна?
- б) ассоциативна?
- в) идемпотентна?
- г) **не обладает ни одним из перечисленных выше свойств?**

Задание 3. Бинарное отношение «меньше» на множестве всех целых чисел является:

- а) симметричным?
- б) **антисимметричным?**
- в) антитранзитивным?
- г) не обладает ни одним из перечисленных выше свойств?

Задание 4. Сколько на множестве, состоящем из трех элементов, имеется отношений эквивалентности?

- а) 8;
- б) 3;
- в) **5;**
- г) 2.

Задание 5. Отображение возведения в квадрат из множества всех вещественных чисел в

в себя является:

- а) инъективным?
- б) сюръективным?
- в) биективным?

г) **не обладает ни одним из перечисленных выше свойств?**

Задание 6. Какая из перечисленных ниже упорядоченных пар принадлежит ядру отображения возведения в четвертую степень из множества всех целых чисел в множество всех неотрицательных целых чисел?

- а) (2; 4);
- б) (-3; 3);**
- в) (0; 1);
- г) никакая из вышеперечисленных.

Задание 7. Стрелка Пирса двойственна:

- а) **штриху Шеффера?**
- б) импликации?
- в) конъюнкции?
- г) самой себе?

Задание 8. Сколько имеется булевых функций от четырех переменных, сохраняющих 0?

- а) 4?
- б) 6?
- в) 8?**
- г) 10?

Задание 9. Сколько имеется различных СДНФ от трех заданных переменных?

- а) **256?**
- б) 64?
- в) 8?
- г) 128?

Задание 10. Какая пара булевых функций из нижеперечисленных образует базис множества всех булевых функций?

- а) конъюнкция, дизъюнкция?
- б) сложение по модулю 2, конъюнкция;
- в) сложение по модулю 2, 1;
- г) импликация, отрицание**

Задание 11. Сколько можно составить различных слов, переставляя буквы слова БАРАН?

- а) 120?
- б) 60?**
- в) 5?
- г) 36?

Задание 12. Сколько имеется способов составить хоровод из двух девочек и четырех мальчиков так, чтобы девочки оказались бы соседками?

- а) 720?
- б) 120?
- в) 48?**
- г) 60?

Задание 13. Сколько существует трехзначных чисел, десятичные цифры которых располагаются в порядке возрастания (слева направо)?

- а) 48;
- б) 84;**
- в) 44;
- г) 88.

Задание 14. Сколько автоморфизмов имеет группа, состоящая из трех элементов?

- а) **3?**
- б) 1?
- в) 6?
- г) 2?

Задание 15. Сколько идеалов имеет кольцо классов вычетов по модулю 6?

- а) 3?
- б) **4?**
- в) 2?
- г) 6?

Задание 16. Сколько имеется различных формальных слов, составленных из трех данных букв без повторов, с использованием (любое число раз) одного заданного операционного символа?

- а) 6;
- б) 54;
- в) **12;**
- г) 24.

Задание 17. Сколько ребер имеет полный простой неорграф без петель с пятью вершинами?

- а) 20?
- б) **10?**
- в) 5?
- г) 12?

Задание 18. Каково минимальное число ребер, которые необходимо удалить из полного простого неорграфа без петель для того, чтобы соответствующий подграф стал бы эйлеровым?

- а) 1;
- б) **2;**
- в) 3;
- г) 4.

Задание 19. Сколько имеется деревьев на пяти заданных вершинах?

- а) 25?
- б) 50?
- в) 100?
- г) **125?**

Задание 20. Сколько висячих вершин имеет дерево, заданное вектором Прюфера (3, 2, 2, 2, 3)?

- а) **5?**
- б) 7?
- в) 3?
- г) 4?



